ABACOM

BOLETÍN MATEMÁTICO

Año 1, Número 2 Septiembre 2001

Editorial

En este segundo número de ABACOM Boletín Matemático, queremos expresar los agradecimientos a los alumnos y profesores que nos acompañaron en el lanzamiento de éste, evento que se realizó en el Auditorio del Campus Miraflores de nuestra Universidad el día 23 de Agosto pasado. Asistieron autoridades universitarias y de educación provincial, además de representaciones de los siguientes colegios, de Valdivia: Instituto Alemán, Colegio Domus Mater, Colegio Inmaculada Concepción, Colegio Los Torreones, Colegio María Auxiliadora, Windsor School, Liceo Armando Robles, Liceo Benjamín Vicuña Mackenna, Instituto Comercial, Liceo Industrial , Liceo Santa María La Blanca; de La Unión: Colegio Alemán, Union College , Liceo Rector Abdón Andrade Coloma ; Liceo Gabriela Mistral de Máfil, Liceo Rodulfo Amando Philippi de Paillaco y Colegio Santa Cruz de Río Bueno.

En esta edición destacamos la figura de Arquímedes, renombrado sabio de la antigüedad que hizo tanto aportes en matemáticas como en otras disciplinas llegando a ser conocido, a menos de nombre, por todo el mundo. También queremos hacer un homenaje a la labor de la mujer en la matemática, labor muchas veces ignorada y para ello recordaremos a algunas de las más nombradas. Incluimos, como será costumbre, pasatiempos matemáticos, donde nos colaboró en esta oportunidad el profesor Antonio Hadad G. y planteamos también un problema, del cual esperamos recibir respuesta por parte de los alumnos.

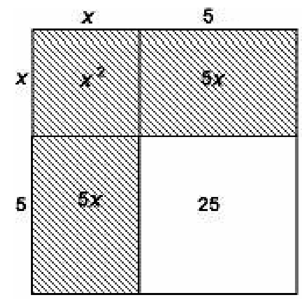
Le recordamos a todos los colegios a los que hemos hecho llegar este boletín, que esperamos la información solicitada, para así poder seguir enviándoselos. También esperamos recibir comentarios acerca de los temas tratados o sugerencias acerca de otros temas a tratar. También pueden hacernos llegar noticias de algún evento relacionado con la matemática.

Hasta el próximo número, y ¡a seguir incentivando el gusto por la matemática!■

LA ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO

Desde segundo medio, todo alumno conoce la ecuación de segundo grado : $ax^2+bx+c=0$ y también sus soluciones: $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, que se obtienen transformando la ecuación cuadrática sucesivamente en: $x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$; $x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}=\frac{b^2}{4a^2}-\frac{c}{a}$; $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$; $x+\frac{b}{2a}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$.

La resolución de este tipo de ecuaciones preocupó a los matemáticos desde antiguo. En 1202 **Leonardo de Pisa (Fibonacci)**, influenciado por trabajos algebraicos árabes, escribió en su obra *Liber Abacci* (Libro del Ábaco) lo siguiente: *"Cierta cantidad de vasos de agua, por la misma cantidad de vasos de agua, más diez veces esa cantidad, sería igual a treinta y nueve vasos de agua. ¿Cuál es esta cantidad de vasos de agua?"*. En nuestra notación actual $x^2+10x=39$. Fibonacci hizo lo siguiente: $x^2+5x+5x=39$, así el área sombreada en la figura vale 39, y el área total del cuadrado es: 39+25=64. Su lado, por consiguiente es: 8, y por lo tanto: $x+5=8$, o sea $x=3$.

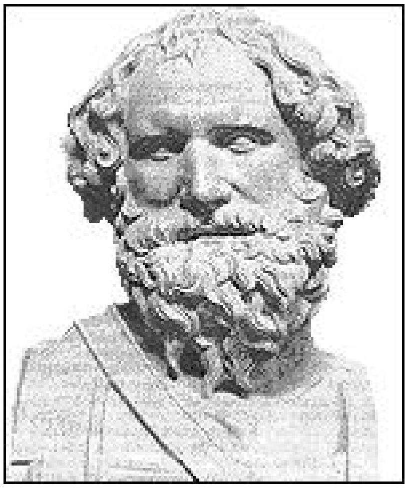


Alrededor del año 1300, en Pekín, **Chu Shih Chieh** escribe un libro de matemáticas titulado *Ssu Yüan Yii Chien* (Magnífico espejo de las cuatro imágenes). En él aparece una curiosa técnica para resolver una ecuación de segundo grado. Para la misma ecuación anterior, parte con una solución tentativa, por ejemplo: 2. Pero como ésta no es solución, se tiene que: $x=2+d$, así: $(2+d)^2+10(2+d)=39$; reduciendo queda: $d^2+14d=15$; o sea: $d(d+14)=15$; de donde fácilmente se obtiene que $d=1$ y así $x=3$. ■

XIII OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMATICA

El sábado 25 de Agosto pasado, se realizó la etapa clasificatoria de la XIII Olimpíada Nacional de Matemática. Esta competencia, que se efectúa anualmente, es organizada por la Sociedad de Matemática de Chile y en ella participan alumnos de enseñanza media de casi todos los colegios de Chile. En las regiones X (excepto Osorno) y XI participaron 238 alumnos provenientes de 28 colegios. Los alumnos que obtengan los más altos puntajes en esta etapa clasificatoria participarán en la Final Nacional a realizarse en el Centro de Perfeccionamiento de Lo Barnechea, Santiago, los días 16, 17 y 18 Noviembre. Como muestra de los problemas planteados, damos el siguiente: *"Juan nació antes del año 2000. El 25 de Agosto de 2001 cumplió tantos años como es la suma de los dígitos del año de su nacimiento. Determine su fecha de nacimiento y justifique que es la única posible solución"*. ■

Arquímedes (287-212 A.C.)



A Arquímedes se le considera como el más grande de los matemáticos de la antigüedad y como uno de los tres o cuatro más grandes de todos los tiempos. Fue el primero en determinar el volumen de una región esférica e hizo cálculos muy aproximados del número Pi. Los métodos que desarrolló para resolver problemas referentes a áreas y volúmenes lo colocaron muchos siglos por delante de su tiempo.

Arquímedes nació en Siracusa (actual Sicilia, Italia), en el año 287 A.C. Era primo del rey Hierón II, del cual fue consejero y responsable de la defensa de la ciudad. El rey, empeñado en construir una gran flota, hizo construir el *Syrakosa*, la mayor nave de la época. Más, en el momento de su botadura, ésta quedó embarrancada. Arquímedes, con ayuda de poleas compuestas y de palancas logró levantarla y hacerla flotar, ante la fascinación del rey. Arquímedes fue reconocido por la invención y construcción de diversas máquinas de guerra para defender la ciudad, tales como una catapulta capaz de lanzar piedras de hasta 250 Kg., unas pinzas gigantescas sumergidas en el agua que levantaban las naves enemigas y las sacudía contra las rocas y los más conocidos, unos espejos gigantescos con que incendió las naves romanas que atacaban Siracusa, concentrando y reflejando la luz solar. (Actualmente se piensa que esta proeza es sólo un mito, tal como afirma D.L.Simms, especialista en combustión).

Entre las contribuciones científicas más importantes que se atribuyen a Arquímedes se encuentran el uso de principios mecánicos para calcular centros de gravedad de figuras planas y de cuerpos sólidos, el estudio de los fundamentos de la hidrostática y el estudio de los principios de las palancas. Referente a este último tema Arquímedes afirmó: “Dadme un punto de apoyo y moveré la tierra”.

Entre la obras escritas más importantes de Arquímedes están: *Sobre el equilibrio de los planos, Sobre la cuadratura de la parábola, Sobre la esfera y el cilindro* y *Sobre la medida del círculo.*

En un aciago día del año 212 A.C. durante la segunda guerra púnica, Arquímedes se encontraba contemplando unos círculos que tenía dibujados sobre la arena. Un soldado romano trató de interrumpirlo, más la reacción de Arquímedes ante la presencia del enemigo invasor, lejos de ser de miedo fue de indignación por ver interrumpido su trabajo intelectual. “¡Deje en paz mis círculos!” le gritó al soldado. En ese momento el genio matemático, de setenta y cinco años de edad, murió atravesado por la espada del soldado romano. ■

¡EUREKA! ¡EUREKA! EL PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES.

En cierta ocasión, el rey Hierón mandó a hacer una corona de oro, y al recibirla, sospechó que el orfebre no había utilizado en su elaboración oro puro, sino que lo había mezclado con otro metal de menor calidad. El rey encargó a Arquímedes la “investigación del caso”. Un día que Arquímedes se disponía a tomar un baño, seguramente después de muchos días de estar pensando en como resolver el problema encargado por el rey, al entrar en la bañera y ver como el nivel del agua subía y salía de la bañera a medida que él se sumergía en ella, encontró repentinamente la forma de resolver el problema que el rey le encomendara. Salió corriendo desnudo, gritando ¡Eureka!, ¡Eureka! (¡Lo encontré!, ¡Lo encontré!).

Lo que había descubierto es lo que ahora se conoce como el Principio de Arquímedes, que afirma: *El peso que pierde un cuerpo al sumergirse en un líquido, es igual al peso del líquido que desaloja el cuerpo al sumergirse*. Usando este principio Arquímedes resolvió el problema. Para ello sumergió en un recipiente lleno de agua la corona que había sido fabricada, después sumergió un trozo de oro de igual peso que la corona y finalmente un trozo de plata también de igual peso que la corona. Al comprobar que el volumen de la corona estaba entre los dos, pudo asegurar que la corona tenía mezcla de oro con plata. De esta forma el orfebre que había fabricado la corona fue declarado culpable. ■

El número π

Si se mide el diámetro de un objeto circular (plato u otro objeto) y después, con un hilo se mide la circunferencia de la orilla de dicho objeto, se habrá encontrado la razón de la circunferencia al diámetro, razón que es un poco mayor que tres. Si se repite este experimento con círculos de distintos tamaños, se encontrará que estas razones tienen el mismo valor. Así, experimentalmente, la razón de la circunferencia al diámetro tiene un único valor, constante para todos los círculos.

- Los babilonios (aproximadamente 1800AC) creían que la razón de la circunferencia al diámetro del círculo era 3.
- Los egipcios estimaban que esta razón era 3,1604 (encontrado en el papiro Ahmes en el año 1800AC).
- Los griegos demostraron deductivamente que la razón de la circunferencia al diámetro de cualquier círculo es constante.

Esta razón se simboliza con la letra griega π (esta notación la introdujo Euler en el siglo XVIII; primero usó la letra p, inicial de la palabra *periferia*).

- Arquímedes(250AC), mostró que: $\frac{223}{71} < \pi < \frac{22}{7}$

Los griegos intentaron obtener un valor racional para π , lo que fue en vano, pues es irracional. Recién en el año 1882 se probó que π es un número trascendente, esto es, no se puede representar como una fracción ordinaria ni es solución de una ecuación algebraica.

- Los matemáticos se han interesado en obtener el valor de π por muchos siglos. En los albores del siglo XVII se evaluó con 35 cifras decimales. En 1720 se determinó correctamente con 50 cifras decimales. Actualmente, con computadoras, se puede evaluar π con tanta precisión como deseemos.

A pesar de que π sea evaluado con mucha exactitud, en la práctica, no es necesario tomar en cuenta sino sólo alguna aproximación decimal (por ejemplo: 3,1416). ■

Cálculo de π usando series

Durante el siglo XVII se desarrollaron dos de los grandes temas de la matemática: la geometría analítica y el cálculo. Una parte importante del cálculo trata con *series infinitas*. Una serie infinita elemental es:

$$\frac{1}{3} = 0,333... = 0,3 + 0,03 + 0,003 + ... = \frac{3}{10} + \frac{3}{100} + \frac{3}{1000} + ...$$

En el siglo XVII fueron descubiertas muchas series infinitas relacionadas con π .Tomando un número suficiente de términos en ellas, se puede obtener una aproximación al valor de π , con tantos lugares decimales como deseemos. Algunas de estas series son:

$$\pi = 4(1 - \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{5} - \tfrac{1}{7} + ...)$$

$$\pi = 2\sqrt{3}(1 - \tfrac{1}{3\cdot 3} + \tfrac{1}{5\cdot 3^2} - \tfrac{1}{7\cdot 3^3} + ...)$$

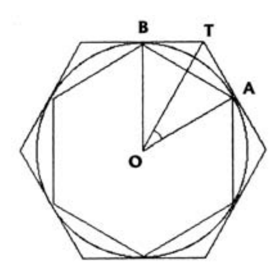
$$\pi = 6\left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\frac{1}{5}\left(\frac{1}{2}\right)^5 + \frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\frac{1}{7}\left(\frac{1}{2}\right)^7 + ...\right]$$ ■

Método de Arquímedes para evaluar π

Arquímedes aproximó el contorno de un círculo por medio de polígonos regulares inscritos y circunscritos al círculo, cuyos perímetros sabía calcular con precisión.

Inscribamos un hexágono regular en un círculo, y bisequemos cada uno de los seis arcos que se determinan en el círculo. Así se forma un polígono regular de 12 lados, inscrito en el círculo. Arquímedes continuó de esta forma obteniendo polígonos regulares sucesivos de 24, 48 y 96 lados. Los perímetros de los polígonos resultantes van acercándose por valores menores, a la longitud de la circunferencia.

Luego, Arquímedes circunscribió polígonos regulares de 6, 12, 24, 48 y 96 lados, y calculó sus perímetros, resultando longitudes que se acercan, por valores mayores, a la longitud de la circunferencia.



Consideremos el caso en que los polígonos inscrito y circunscrito a un círculo de diámetro 1, son hexágonos regulares. Para el hexágono regular inscrito, $AB = 1/2$ (se forman seis triángulos congruentes, con $r = 1/2$). Así, el perímetro del hexágono regular inscrito es 3.

Para el hexágono regular circunscrito, bajamos la perpendicular sobre el lado AB, formando un triángulo rectángulo OAT de lados $1/2, c/2, c$ ($c = OT$).

Usando el teorema de Pitágoras, obtenemos: $c = \sqrt{3}/3$.

Así, el perímetro del hexágono regular circunscrito es $6\left(\sqrt{3}/3\right) = 2\sqrt{3} \approx 3,4641$.

Luego: $3 < \pi < 3,4641$.■

PROBLEMA

Demuestre que el número obtenido en la *Declaración del Matemático* (ver página 4, Pasatiempos matemáticos) resulta siempre el mismo, cualesquiera sean los dos números con que se parte.

RESOLUCIÓN PROBLEMA ANTERIOR

- $a^2 + b^2 = cq + cp = c(q+p) = c\cdot c = c^2$
- $a^2 + b^2 = (m^2 - n^2)^2 + (2mn)^2 = m^4 - 2m^2n^2 + n^4 + 4m^2n^2$
  $= m^4 + 2m^2n^2 + n^4 = (m^2+n^2)^2 = c^2$.
-

m	*n*	*a*	*b*	*c*
2	1	3	4	5
3	1	8	6	10
3	2	5	12	13
4	1	15	8	17
4	2	12	16	20
4	3	7	24	25

■

Mujeres Matemáticas

La mayoría de los matemáticos de renombre han sido varones, pero ha habido mujeres matemáticas que se han destacado, a pesar del machismo de la sociedad, sobre todo en los siglos XVIII y XIX. Aquí presentamos a tres de las más conocidas.

María Gaetana Agnesi (1718-1799)
Hija de un profesor de matemáticas, a los nueve años ya hablaba francés, latín, griego, hebreo y otras lenguas. A los veinte años escribió su obra más importante: "Instituciones Analíticas", basado en el cálculo diferencial e integral, publicada en 1748. Su mayor aporte fue el estudio de una curva cúbica, que debido a un error en la traducción, se conoce como la *Bruja de Agnesi.* María Gaetana nunca pudo entrar a la Academia Francesa por ser mujer, pero sí a la Academia Italiana, donde eran más liberales. Nunca se casó y dedicó su vida al estudio de las matemáticas y a cuidar a sus veinte hermanos a la muerte de su madre. En el primer centenario de su fallecimiento pusieron su nombre a varias calles en Italia y se becaron mujeres en su nombre.

Sophie Germain (1776-1831)
Hija de un rico comerciante de seda, a los trece años, leyendo la historia de la muerte de Arquímedes a manos de un soldado romano, decidió que sería matemática. Se obsesionó tanto por las matemáticas que su padre le impedía que estudiara de noche, escondiéndole las velas. Con el tiempo cedió y financió sus estudios. Como no le permitían ingresar a la École Polytechnique de París, asumió la identidad de un antiguo alumno, Antonie August Le Blanc. Dos grandes matemáticos de la época, Lagrange y Gauss, se impresionaron por su trabajo y quisieron conocer a este alumno tan brillante. Ella les reveló su verdadera identidad y ellos la apoyaron en su trabajo. Trabajó en el problema de la ley matemática de vibraciones de superficies elásticas. Al morir, en el certificado de defunción, a pesar de sus múltiples aportes hechos a la matemática, se le anotó: mujer sin oficio.

Sonya Kovalevsky (1850-1891)
Nació en Moscú en una familia de matemáticos. Un factor que incidió en su vocación fue que en su casa había un papel decorativo en la pared de un cuarto donde se hallaban fórmulas que ella no lograba entender. Luego, al recibir tutorías de matemáticas fue que recordó todas esas fórmulas y pudo comprenderlas. Siendo mujer, era imposible estudiar en una universidad alemana, como era su deseo. Así fue como planeó casarse con Vladimir Kovalevsky para poder viajar y estudiar sin que esto fuese mal visto. Allí hizo la maestría en Heidelberg y el doctorado en Göttingen, siendo discípula de un gran matemático, Weiertrass. Trabajó en temas tales como: refracción de la luz en medios cristalinos y el problema de rotación de un cuerpo sólido sobre un punto fijo. Murió a causa del virus de la influenza, que en ese tiempo era una epidemia. ■

Visítenos en www.uach.cl/destac/abacom.htm

Pasatiempos matemáticos

Declaración del matemático

Las matemáticas, aunque parezca extraño, pueden servir para una declaración de amor. Para ello se le pide a la persona amada que escriba un número de tres cifras (todas diferentes), luego que escriba el número en sentido inverso (es decir, intercambiando la cifra de las centenas con la de las unidades), y después que haga la resta (el mayor menos el menor), que invierta el resultado obtenido y lo sume con el anterior. Que este último número lo multiplique por 30. Luego se le pide que escriba un número de dos cifras (diferentes) y que haga lo mismo que lo que hizo con el de tres cifras (excepto que ahora multiplique por 20, en lugar de 30). Por ejemplo: Si el número de tres cifras es 794, al invertirlo queda 497, la resta da 297, al invertirlo queda 792 y la suma es 1089. Multiplicando por 30 resulta 32.670. Si el número de dos cifras es 83, al invertirlo queda 38, la resta es 45, al invertirlo resulta 54, y la suma es 99. Multiplicando por 20 resulta 1980. La suma es 32.670+1980=34.650. Este último número corresponde a la declaración, que se descifra con la clave siguiente:

M	*A*	*T*	*E*	*M*	*A*	*T*	*I*	*C*	*O*
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

∞ ∞ ∞ ∞ ∞ ∞

Los cuatro cuatros (Continuación)

En el número anterior se propuso escribir los números desde el cero hasta el diez, usando cuatro veces el número cuatro y las cuatro operaciones básicas. Ahora proponemos escribir los números desde el once hasta el veinte, usando cuatro veces el número cuatro, las cuatro operaciones básicas y la raíz cuadrada. (Aunque para el 19 se debe hacer una pequeña excepción).

Respuesta

$$\frac{44}{\sqrt{4}+\sqrt{4}} = 11\,;\ \frac{44+4}{4} = 12\,;\ \frac{44}{4} + \sqrt{4} = 13\,;\ 4 + 4 + 4 + \sqrt{4} = 14\,;$$

$$\frac{44}{4} + 4 = 15\,;\ 4 + 4 + 4 + 4 = 16\,;\ 4 \cdot 4 + \frac{4}{4} = 17\,;$$

$$4 \cdot 4 + 4 - \sqrt{4} = 18\,;\ \sqrt{4}\,\frac{40-\sqrt{4}}{4} = 19\,;\ 4 \cdot 4 + \sqrt{4} + \sqrt{4} = 20$$

∞ ∞ ∞ ∞ ∞ ∞

Aviso Económico

Vendotecladocasinuevo,únicodetallenofuncionalabarraespaciadora. ■

ABACOM
BOLETÍN MATEMÁTICO

Año 1, Número 2 Septiembre 2001

Publicación mensual destinada a estudiantes y profesores de Enseñanza Media.

Proyecto auspiciado por la Dirección de Extensión de la Universidad Austral de Chile.

Director: Juan Leiva V.
Director Alterno: Víctor Alvarado A.
Editor: Miguel A. Velásquez R.

I. de Matemática - C. Miraflores - Fac. de Ciencias - UACH.
Email: abacom@uach.cl Fono Fax: 221828