LIBERTAS CAPITUR
UNIVERSIDAD AUSTRAL DE CHILE

ABACOM
BOLETÍN MATEMÁTICO

Año 2, Número 5 **Mayo 2002**

Editorial

Es un agrado para el equipo de ABACOM, volver a comunicarnos con nuestros lectores. Hoy iniciamos el segundo año de vida y esperamos que sean muchos más. Agradecemos a todos los profesores que se comunicaron con nosotros, respondiendo la encuesta que se propuso a fines del año pasado, y dándonos su apoyo y sugerencias. Esperamos cumplir con sus expectativas durante este año.

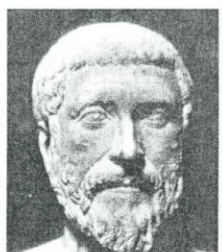
En este número tratamos algo de Fractales y de los genios que desarrollaron esta interesante y actual teoría. Iniciamos en este número la sección ¿Sabías que...? , en la que aparecerán algunas curiosidades y datos interesantes de la matemática, así como de la historia de esta ciencia y anécdotas de aquéllos que la han construido. También iniciamos una sección que desafía a tu ingenio, donde aparecerán problemas interesantes, algunos de ingenio, pero todos relacionados con la matemática y cuya resolución requiere de ella.

Esperamos recibir todo tipo de ideas, sugerencias o consultas a nuestra dirección postal o electrónica. Si tienes material que se pueda incluir en cualquiera de las secciones de ABACOM puedes enviarlo. Si lo encontramos adecuado lo publicaremos, mencionando autor y colegio.

Hasta el próximo mes.

TEOREMA DE PITAGORAS

HISTORIA



☞ Pitágoras vivió en el siglo VI a.C. Nació en la isla de Samos, en el mar Egeo. Fue hijo de Menesarco, tal vez un rico comerciante de Samos. Probablemente viajó a Egipto, Fenicia y Babilonia.

Hacia el 530 a.C. viaja y se radica en Crotona, colonia griega al sur de Italia, donde funda un movimiento con propósitos políticos y filosóficos, conocido como la fraternidad pitagórica. Los pitagóricos consiguieron gran influencia política en Magna Grecia (sur de Italia), lo que provocó reacciones contra ellos.

Hay varias versiones sobre su muerte: El pueblo se rebeló contra ellos, quemó su sede, y el propio Pitágoras murió en el incendio. Otra versión es que la primera reacción forzó a Pitágoras a abandonar Crotona y retirarse a Metaponte, donde, desencantado y anciano, se dejó morir de hambre.

☞ La tradición es unánime en atribuir a Pitágoras el descubrimiento del teorema del triángulo rectángulo que ahora lleva universalmente su nombre: *El cuadrado de la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.*

☞ Este teorema lo conocieron los babilonios más de mil años antes, pero la primera demostración general del teorema pudo haber sido dada por Pitágoras. Desde la época de Pitágoras se han proporcionado muchas demostraciones distintas del teorema de Pitágoras.

☞ Elisha Scott Loomis, profesor de Matemáticas en Cleveland, Ohio (Estados Unidos), durante 20 años, entre 1907 y 1927, coleccionó y clasificó 230 demostraciones del famoso teorema que publicó en la primera edición de su libro La proposición Pitagórica. En la segunda edición, publicada en 1940, este número fue aumentado a 370 demostraciones.

El profesor Loomis clasifica las demostraciones básicamente en dos tipos: algebraicas, basadas en relaciones métricas en triángulos rectángulos y geométricas: basadas en comparaciones de áreas.

Después de la muerte del autor, el libro fue reimpreso por el «National Council of Teachers of Mathematics», de ese país, en 1968 y en 1972.

Al día con NOTICOM

☞ El día 4 de abril, en el auditorio 4 del edificio Nahmías del Campus Teja, se efectuó el lanzamiento de la segunda etapa (año 2002) del TALLER ALFA. A este evento asistieron unos cien alumnos de alrededor de cuarenta colegios de la provincia, la mayoría de los cuales fueron acompañados por sus profesores. En esta reunión se expuso las actividades realizadas durante el año 2001, entregando un texto que recopila los temas tratados. Por el entusiasmo que se vio en los asistentes se ve promisoria la continuación de esta actividad de extensión de nuestra universidad.

☞ El Programa de Mejoramiento de la Enseñanza Media del Ministerio de Educación convocó los días 5 y 6 de abril pasado, a una Jornada de Preparación e información acerca de los SEMINARIOS DIDÁCTICOS, en los diferentes sectores del aprendizaje: Ciencias Naturales, Ciencias Sociales, Matemáticas y Lengua Castellana. A esta jornada asistieron académicos de universidades de las diferentes regiones del país. En el sector matemáticas el tema del seminario de este año será: Geometría.

Estos seminarios pretenden una resignificación y profundización de los núcleos fundamentales de las matemáticas correspondientes al curriculum de enseñanza media, centrándose en: resolución de problemas, razonamiento y comunicación.

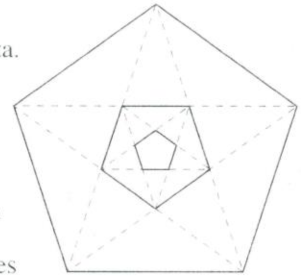
ABACOM Boletín Matemático. Publicación mensual destinada a Estudiantes y Profesores de Enseñanza Media. Proyecto Auspiciado por la Dirección de Extensión de la Universidad Austral de Chile. Director: Juan Leiva V. / Director Alterno: Víctor Alvarado A. / Editor: Mguel A. Velásquez R.
I. de Matemática · Fac. de Ciencias · UACh · Casilla 467 · Valdivia · E-mail: abacom@uach.cl · Fono/Fax: 221828

FRACTALES: Belleza y Caos

El término fractal proviene de la palabra latina *fractus*, que significa discontinuo, irregular o quebrado. Esta fue la palabra que escogió el científico polaco Benoit Mandelbrot para denominar los objetos que resultaban de su investigación.

Pero, ¿qué significa fractal?. Cuando un científico observa un objeto o fenómeno, puede hacerlo desde distintas distancias, como si fuese un fotógrafo y accionara el zoom de su cámara. Si se varía la escala de observación, dentro de ciertos límites, y se continúa encontrando el mismo tipo de geometría, decimos que estamos ante una estructura fractal.

Por ejemplo, si se considera un pentágono dentro de un pentágono, dentro de un pentágono...



Pero los fractales no son sólo objetos geométricos abstractos sino que están por todas partes en la naturaleza. Nuestro mundo está constituido por montañas, mares, costas, plantas, animales, etc. de las formas más extrañas e irregulares. Pero en muchos casos estos objetos repiten su forma a diferentes escalas. Por ejemplo la rama de un árbol tiene estructura similar al tronco de donde nace o una roca es similar a la montaña de donde proviene.

La Geometría Fractal se diferencia de la Geometría Euclidiana en varios aspectos:

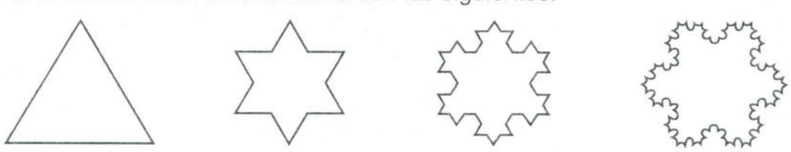
- La Euclidiana es tradicional con más de 2000 años de antigüedad. La Fractal es moderna, data de aproximadamente 25 años.
- La Euclidiana usa dimensión entera, esto es, los objetos son de una dimensión, de dos dimensiones o de tres dimensiones. La Fractal usa dimensiones fraccionarias.
- La Euclidiana trata objetos hechos por el hombre. La Fractal es apropiada para formas y objetos naturales.
- La Euclidiana se describe mediante fórmulas. La Fractal usa algoritmos iterativos.

Esta teoría permite modelar muchos fenómenos de la naturaleza y resolver problemas concretos, como por ejemplo, una consultoría que realizó Mandelbrot para la mayor empresa petrolera del mundo, la Exxon. Se necesitaba conocer la cantidad de petróleo en una cierta región a partir de muestras extraídas del interior de uno de los pozos. Mandelbrot pensó. «Si conozco la cantidad de petróleo existente en una roca extraída por una sonda de prospección del interior del pozo, ¿por qué no matematizar esa muestra y por similitud fractal extrapolar a la cantidad total de petróleo existente en la región?».

LA CURVA DE KOCH O COPO DE NIEVE

Un ejemplo de fractal es la curva de Koch (construida por la matemática sueca Helge von Koch en 1904). Para construirla se comienza con un triángulo equilátero en el cuál se construye, sobre cada uno de sus lados, otro triángulo equilátero de lado un tercio del anterior. Luego en la figura así obtenida, que posee 12 lados, se construye nuevamente un triángulo equilátero sobre cada uno de los lados, con lado de longitud un tercio del anterior. Así se continúa hasta el infinito.

Algunas de las etapas de la construcción de esta curva son las siguientes:



El perímetro de esta estructura fractal puede determinarse, considerando el lado del triángulo original de una unidad. Tenemos que:

$$P_1 = 3\cdot 1 = 3\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^0,\ P_2 = 12\cdot\frac{1}{3} = 3\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^1,\ P_3 = 48\cdot\frac{1}{9} = 3\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^2, \ldots,\ P_n = 3\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^{n-1}.$$

Cuando n tiende a infinito, P_n también tiende a infinito, pues $\frac{4}{3} > 1$.

Así el perímetro de esta estructura es infinito.

El área de esta estructura puede hallarse si recordamos que el área de un triángulo equilátero de lado a es igual a $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$.
Así tenemos:

$$A_1 = \frac{\sqrt{3}}{4}\cdot 1^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \approx 0{,}4330,\ A_2 = A_1 + 3\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}\left(1+\frac{1}{3}\right) \approx 0{,}5773,$$

$$A_3 = A_2 + 12\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot\left(\frac{1}{9}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}\left(1+\frac{1}{3}+\frac{4}{27}\right) \approx 0{,}6414, \ldots,$$

$$A_n = \frac{\sqrt{3}}{4}\left(1+\frac{1}{3}+\frac{4^1}{3^3}+\frac{4^2}{3^5}+\ldots+\frac{4^{n-2}}{3^{2n-3}}\right) = \frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{\sqrt{3}}{12}\left(1+\frac{4}{9}+\frac{4^2}{9^2}+\frac{4^3}{9^3}+\ldots+\frac{4^{n-2}}{9^{n-2}}\right)$$

Ahora, si n tiende a infinito, el área tiende a $\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{\sqrt{3}}{12}\cdot\frac{1}{1-\frac{4}{9}} = \frac{2\sqrt{3}}{5} \approx 0{,}69282$, pues los términos dentro del paréntesis,

forman una serie geométrica de razón $\frac{4}{9}$ y primer término 1.

Así, el área de esta región es finita y su valor es aproximadamente $0{,}69282$.

Los genios creadores...

GASTON MAURICE JULIA (1893-1978)

Nació el 3 de Febrero de 1893 en Sidi Bel Abbés, Argelia. Julia es considerado uno de los padres de la Teoría de Sistemas Dinámicos moderna, recordado por lo que hoy es llamado el Conjunto de Julia, que inspiró a Mandelbrot para desarrollar la Teoría de Fractales.

Durante la primera guerra mundial, Julia participa activamente, siendo herido en el rostro, lo que le ocasionó la pérdida de su nariz. Esto le obligó a usar una capucha negra que le cubriría la cara por el resto de su vida.

En 1918, a la edad de 25 años, publicó su obra maestra «Memoria sobre la iteración de funciones racionales», lo que lo hace famoso en el ámbito matemático, aunque muchos matemáticos considerados importantes en esa época, lo despreciaron.

Fue un destacado profesor de la École Polytechnique de Paris. Sus descubrimientos le valieron ganar el «Grand Prix de l'Académie des Sciences». En 1926 se organizaron seminarios en Berlín para estudiar su trabajo.

Falleció en París, Francia, el 19 de Marzo de 1978.

BENOIT MANDELBROT (1924-)

Nació el 20 de Noviembre de 1924 en Varsovia, Polonia. Su familia se traslada a Francia en 1936 y un tío suyo, que era matemático y académico en el Collège de France, se hizo cargo de su educación y lo introdujo en el estudio de la matemática.

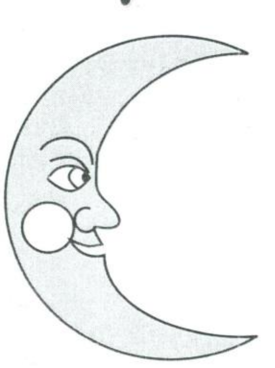
Benoit estudió en Lycée Rolin en París, al inicio de la segunda guerra mundial. Este período fue de extrema dificultad para Benoit e incluso temió por su vida. Posteriormente estudió en Lyon, retornando a París a la École Polytechnique. Terminado allí sus estudios viaja a Estados Unidos al California Institute of Technology y al Institute for Advanced Study en Princeton. Retorna a Francia al Centre National de la Recherche Scientific.

Mandelbrot es el responsable del interés actual de la geometría fractal. Él mostró como los fractales ocurren tanto en matemáticas como en la naturaleza. Retomó ideas de Gaston Julia y ayudado de gráficos computacionales en el Centro de investigación Watson de la IBM, pudo mostrar que el trabajo de Julia es la fuente de algunos de los más bellos fractales conocidos actualmente.

Su trabajo se reflejó en obras tales como «Los objetos fractales: forma, azar y dimensión» en 1975 y «La geometía fractal de la naturaleza».

El 23 de Junio de 1999 recibió el grado de Doctor Honorario en Ciencias de la Universidad de St. Andrews.

Desafío a tu ingenio Midiendo en la luna



En el cuento de ciencia-ficción «Los primeros exploradores de la Luna», de H. G. Wells, se habla de habitantes lunares inteligentes con apariencia de insectos que viven en cavernas subterráneas (en realidad sublunares). Estos seres son muy dados a medir distancias, y para ello utilizan una unidad llamada «lunario». Este nombre se adoptó porque el área de la superficie lunar, expresada en lunarios cuadrados, coincide exactamente con el volumen de la Luna, medido en lunarios cúbicos. ¿Cuál es el valor de un lunario, en kilómetros? (Se sabe que el diámetro de la Luna es de 3.475 Km.)

Envía tu respuesta a ABACOM Boletín Matemático Casilla 467 Valdivia, o a nuestra dirección electrónica **abacom@uach.cl.** En nuestro próximo número se publicará la respuesta a este problema. También publicaremos los nombres de quienes contestaron, incluyendo las mejores respuestas. ¡Participa!

MATEMATICAS *entrete...*

¿SABIAS QUE...?

• El símbolo de infinito ∞ fue creado en 1655 por el matemático inglés John Wallis, al estudiar el comportamiento de funciones del tipo $1/x$. Wallis publicó sus resultados en su obra *De Sectionibus Conics* (Acerca de las Secciones Cónicas). El símbolo lo sacó de la matemática romana primitiva, donde representaba el número 1.000.

• El símbolo que usamos para expresar una raíz, o sea $\sqrt{\ }$, lo usó por primera vez en 1557 Simon Stevin. Hasta esa fecha, para indicar la raíz de un número, se escribía la letra r delante de él. Así por ejemplo $r\,25$ indicaba la raíz cuadrada de 25. (Observe que el símbolo de raíz es precisamente una r deformada).

• El mayor número primo (o sea, que sólo es divisible por 1 y por sí mismo) descubierto hasta ahora es $2^{13.466.917}-1$, que tiene 4.053.946 cifras, y tomaría unas 3 semanas escribirlo a mano. El canadiense Michael Cameron, de sólo 20 años, lo descubrió el año recién pasado, mientras participaba en un proyecto computacional que busca desarrollar códigos indescifrables y mensajes de alta seguridad. Hay un premio de US$100.000 para quien halle un número primo de 10 millones de cifras.

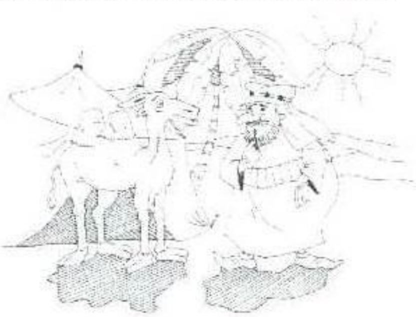
EL HOMBRE QUE CALCULABA

Un libro que ha maravillado a varias generaciones es «*El Hombre que Calculaba*», del autor Malba Tahan. Trae como subtítulo «Aventuras de un singular calculista persa» y la dedicatoria está fechada en Bagdad, *a 19 lunas de Ramadán de 1321*. Lo que no es tan conocido es que Malba Tahan es el seudónimo del profesor brasileño Julio Cesar de Mello e Souza, que fue un prolífico escritor, que a mediados del siglo pasado publicó cerca de un centenar de libros, muchos de ellos de divulgación matemática.

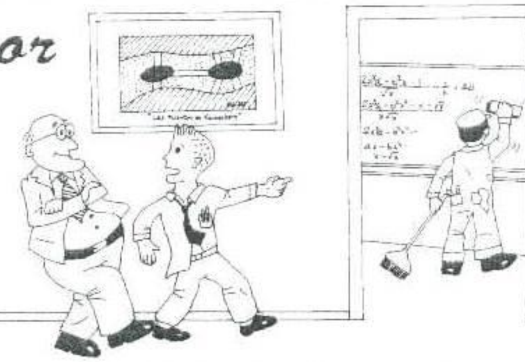
«*El Hombre que Calculaba*» es la historia de Beremiz Samir, un hábil calculista persa del siglo XIII, contada por un amigo y compañero de viajes.

Uno de los problemas más sorprendentes que resuelve Beremiz es el de la repartición de una herencia consistente en 35 camellos entre 3 hermanos. Según la voluntad del padre, el mayor debía recibir la mitad, el segundo, un tercio y el menor, un noveno. Los tres hermanos discutían por la repartición y Beremiz intervino diciendo: «Dejadme agregar el camello de mi compañero de viaje, con lo que quedarán 36 camellos. Al primero que le correspondía la mitad de 35, o sea $17\frac{1}{2}$, ahora le corresponden 18, la mitad de 36. El segundo debía haber recibido un tercio de 35, o sea $11\frac{2}{3}$, recibirá 12; y el menor recibirá 4 en lugar de los $3\frac{8}{9}$ que le habría correspondido. De esta forma todos ganan y en total reciben 34 camellos, o sea sobran 2: uno de ellos que pertenece a mi amigo y usé para hacer la repartición, y el otro me corresponde, por derecho, al haber resuelto a satisfacción de todos el difícil problema de herencia».

(La explicación, a esta sorprendente división, es que las partes en que se propuso hacer la división no suman un entero, pues: $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}=\frac{17}{18}\neq 1$).



Humor



¡Profesor!...¡Es la más grandiosa, espectacular y maravillosa ecuación que he resuelto en toda mi vida!...

PUZZLE

TEMA	Preposición	Puerto Perú	sllaM	Cesio	/	Circo s/c	@	Pensar	↓
"Odios"					Argón		N. Femenino		
	Cena s/v			Presto					↓
	"Olfato"	Cofre							Corto
Auto	Televisor				N. Femenino Loe	Divinidad	Doy		
			"UC"	Org. Intern.			Au		
		Un chiflado	Unidad física	Ráfaga s/v			Malla		
Puerta Inglesa	Osmio			Pueblo		Radon			
→				Seven...	Nave			Guerra s/r	↑

Casilleros sombreados corresponden al tema.
Envíanos tu respuesta.